



RASC

Real Academia
Sevillana de Ciencias

Problemas actuales en la Física de los Medios Granulares

discurso pronunciado por el

Ilmo. Sr. D.

José Javier Brey Abalo

en el acto de recepción como académico numerario
el día 16 de diciembre de 1997

y

contestación del académico numerario

Excmo. Sr. D.

Rafael Márquez Delgado

PROBLEMAS ACTUALES EN LA FÍSICA DE LOS MEDIOS GRANULARES

*Discurso pronunciado por el
Ilmo. Sr. D. JOSÉ JAVIER BREY ABALO,
en el Acto de su recepción como Académico Numerario
celebrado el día 16 de Diciembre de 1997*

I. INTRODUCCIÓN

Me ha resultado difícil, yo diría que sorprendentemente difícil, elegir el tema para este Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias de Sevilla. Han sido muchas las posibilidades que he analizado y bastantes los proyectos que he llegado a estructurar, alguno de los cuales he comenzado incluso a redactar, antes de efectuar la elección definitiva. Después, todo ha resultado más sencillo, más normal. Se trataba ya simplemente de desarrollar la línea conductora general, de consultar bibliografía, de concatenar ideas, de llevar a cabo, en fin, algo semejante a lo que hago normalmente tanto en mi tarea docente como investigadora. A lo largo del proceso, he sentido esa desazón tan típica del investigador cuando no es capaz de resolver un cierto problema y no sabe por qué, pues está convencido de tener todos los elementos necesarios y también la capacidad para ello. Es una sensación muy distinta de la que se tiene frente a un problema cuya solución se reconoce finalmente inalcanzable por las razones que sean. Por ello, una vez resuelto el problema, es decir, tomada la decisión, he analizado, como suelo hacer en mis trabajos de investigación, cuáles habrían sido las causas por las que no había encontrado rápidamente la respuesta a una cuestión aparentemente fácil. Y, como ocurre tantas veces, la respuesta me resultó altamente interesante. He llegado a la conclusión de que el tema elegido o, con mayor precisión, las razones que me llevaron a escogerlo, reflejan en sí mismas gran parte de lo que a mí me gustaría transmitir en este acto. Por tanto, me voy a permitir dedicar una parte de mi intervención a explicar por qué les voy a hablar hoy de medios granulares.

La primera circunstancia que hace a esta ocasión especial es que tenía completa libertad, a priori, para escoger el tema. No era de una de esas reuniones a que asistimos los científicos que giran en torno a unas directrices temáticas establecidas más o menos explícitamente. Eso sí, desde el primer momento estuvo claro para mí que

debía hablar de mi propio trabajo, que es lo que en última instancia justifica, o injustifica, este acto. Esto me llevó a una revisión crítica de lo que yo realmente pudiera haber aportado al desarrollo de la Ciencia desde que me inicié en la investigación. Debo reconocer que resultó una experiencia a la vez dura y fascinante. No se trataba esta vez de ver cuántos artículos había publicado ni en qué revistas. Ni siquiera resultaba relevante el número de veces que mis trabajos habían sido citados por otros autores. Buscaba algo que realmente yo considerara que valía la pena ser contado aquí y ahora.

Para mí, la investigación, y también la docencia, es algo divertido. Cuando un tema me ha parecido atractivo he trabajado en él. Cuando a lo largo de su desarrollo he llegado a un punto en que todo se volvía rutinario o aburrido, he cambiado de problema. No he tratado en ningún momento de seguir los dictámenes de la moda científica, que desde luego existe y es, quizás, más poderosa que otro tipo de modas. Ello ha hecho que mi trabajo verse sobre temas bastante variados. Desde luego, si me viera forzado a clasificarlo globalmente de algún modo mediante una etiqueta, podría hacerlo diciendo que ha versado sobre Física Teórica y, si se me exigiese concretar más aún, añadiría que se ha desarrollado dentro del campo de la Mecánica Estadística. Pero esto, en el mejor de los casos, daría información a los especialistas acerca de los métodos utilizados, nunca sobre los temas para cuyo estudio he utilizado esos métodos. Hay una tendencia, incluso entre los investigadores, a considerar la Física Teórica, o al menos a los físicos teóricos, como algo alejado de la realidad, que vive en un mundo de fantasías, a menudo inalcanzable, cuando no completamente irreal. También se la considera árida y difícil de entender para los que no forman parte de la pequeña comunidad que la practica. Y ello no sólo por los métodos empleados, sino también por sus contenidos. Se nos acusa de no prestar suficiente atención a la realidad próxima, e incluso de despreciarla por irrelevante para aumentar nuestra comprensión intelectual de la Naturaleza. Sin embargo, eso no es cierto, no debe ser cierto.

Uno de los campos a que recurrentemente he vuelto a lo largo de mi actividad científica es la Teoría Cinética, sin duda una de las partes más matemáticas de la Física, con numerosas cuestiones directamente relacionadas con intrincados problemas matemáticos. En la actualidad, una parte importante de mi actividad investigadora está dedicada a aplicar sus técnicas y métodos a los medios granulares. Ese es uno de los temas que hoy me interesa y me divierte y que, además, engarza con mi trayectoria investigadora. Y ahí estaba el reto. Tenía que ser capaz de transmitir a un grupo de científicos, y también a un público como éste, los problemas, ideas y métodos que me interesan ahora a mí y a otros muchos investigadores. Y hacerlo poniendo de manifiesto la íntima conexión que existe entre la realidad que se pretende explicar y la estructura teórica que se va construyendo con el esfuerzo de muchos. Para ello, debía evitar utilizar complicadas formulaciones matemáticas, e incluir aquellos aspectos fenomenológicos y experimentales que sirven de guía para la elaboración de modelos teóricos. Porque es que, además, soy un docente y me siento orgulloso de ello. No era lícito escoger un tema distinto por su facilidad, por su brillan-

tez, o por cualquier otra razón. Este debía ser el objeto de mi Discurso. En la medida en que logre hacerme entender y transmitir la relevancia e interés que para la Ciencia actual tienen los medios granulares y la utilidad de los métodos de la Teoría Cinética para su estudio, habré logrado mi objetivo. En otro caso, la culpa no será de una elección errónea del tema sino estrictamente mía.

2. MEDIOS GRANULARES

Un medio granular puede definirse, sin mucha precisión, como aquél que está constituido por un gran número de partículas macroscópicas a las que se suele denominar granos. En principio, no existe ninguna fuerza de cohesión entre ellos, sino únicamente fuerzas repulsivas. En consecuencia, la forma del sistema viene determinada por la acción de la gravedad y las posibles fuerzas externas, tales como las ejercidas por las paredes de un recipiente. En esta exposición nos vamos a limitar a describir medios granulares secos, es decir, que no se encuentran sumergidos en el seno de un líquido. Los ejemplos en la naturaleza son muy numerosos y se extienden sobre una amplia gama de escalas espaciales. Sistemas granulares son el contenido de un salero o un azucarero, un montículo de arena construido por un niño en la playa, un montón de grava al pie de una construcción, el cereal almacenado en un silo y, posiblemente, un «gas» de estrellas o galaxias. Además, procesos geológicos tales como las avalanchas y los corrimientos de tierras son típicos de medios granulares.

Es evidente, pues, la relevancia que el conocimiento de las propiedades de estos medios tiene desde un punto de vista práctico. En particular, son numerosas las industrias que utilizan medios granulares, y los problemas que plantea su transporte y manipulación son origen de una gran disminución del rendimiento de las mismas [1]. Por estas razones, los sistemas constituidos por granos han sido estudiados ampliamente desde hace muchos años. Sin embargo, la mayor parte de las investigaciones se centraban en la obtención de criterios empíricos destinados a aumentar el rendimiento de los procesos de producción que implicaban la utilización de medios granulares. Existen notables excepciones, como Coulomb [2], que realizó una estimación del ángulo máximo de reposo de un montículo de arena en función de un coeficiente fenomenológico de fricción, y Reynolds [3], que estudió la dilatación. También es de justicia citar las investigaciones pioneras en el campo llevadas a cabo por Bagnold [4], a quien puede considerarse como uno de los padres de los estudios actuales. El analizó, mediante la combinación de estudios teóricos y de experiencias de laboratorio, la relación que existe entre el ángulo de reposo después de someter al medio a un flujo tangencial y el llamado ángulo de Bagnold de dilatación.

Sin embargo, en la última década los medios granulares comienzan a atraer de forma significativa y creciente el interés de los físicos. Y ello se ha debido, entre otras razones, a dos causas fundamentales. En primer lugar, los medios granulares han resultado ser conceptualmente mucho más complejos que meras desviaciones respecto de otros sistemas considerados como modelos ideales, como sucede, por ejemplo, con

un fluido real o un sólido con impurezas y dislocaciones. Hasta tal punto es esto cierto, que algunos investigadores de reconocido prestigio comienzan a referirse al estado granular como un cuarto estado de la materia, con identidad propia frente a los tres tradicionales de sólido, líquido y gaseoso [5]. La segunda razón del interés actual de los físicos en los medios granulares es que presentan fenómenos que pueden considerarse como prototipos de lo que sucede en muchos otros sistemas dinámicos de naturaleza muy variada y que requieren, a menudo, una descripción más microscópica. Así, por ejemplo, bajo ciertas condiciones, la relajación de un montículo de arena tiene lugar de forma compleja, similar a la que presentan los vidrios estructurales, los llamados vidrios de spin y los fluidos reticulares. Otro ejemplo típico es el de la criticalidad autoorganizada [6], de la que hablaremos más adelante.

Los medios granulares presentan aspectos fenomenológicos peculiares, e incluso divertidos, algunos de los cuales vamos a comentar brevemente a continuación, a fin de motivar los estudios teóricos de que nos ocuparemos en la segunda parte de este Discurso. Y comenzaremos por lo que pudieramos denominar «experiencias de playa». Una fácil de realizar es la llevada a cabo por Reynolds y que consiste en la observación de que, si se llena con tierra una bolsa elástica, su volumen aumenta al deformar la bolsa. Es el fenómeno de la dilatación citado antes. Otro ejemplo llamativo consiste en hacer un flan de arena, tal y como suelen hacer los niños, pero introduciendo en su interior unos cuantos metros de hilo de nylon repartido en forma aleatoria. Es sorprendente el peso que en este caso puede soportar el flan. Estos, y otros muchos efectos análogos, ponen de manifiesto que las fuerzas internas encargadas de mantener la estabilidad de los medios granulares no están uniformemente distribuidas, y estos medios son esencialmente anisótropos. De hecho, esta propiedad se utiliza en los relojes de arena. Cuando un medio granular se encierra en un recipiente suficientemente estrecho, la presión en el fondo del recipiente es independiente de la altura que alcance el material, contrariamente a los que sucede en los líquidos, en que es proporcional a dicha altura. El rozamiento de los granos con las paredes del recipiente compensa el exceso del peso del fluido. En consecuencia, el tiempo que tarda en pasar la arena de una parte del reloj a la otra es proporcional a la cantidad de arena que contiene el reloj, cosa que no sucedería si se utilizara un fluido normal.

Otra característica de los medios granulares, y que tiene su origen nuevamente en la anisotropía de las fuerzas internas, es su capacidad para formar bóvedas. Cuando se llena una caja con granos pueden aparecer arcos, análogos a los que se utilizan en la construcción, que se apoyan en las paredes, dejando debajo un espacio vacío. También es peculiar el comportamiento que presenta un medio granular a la propagación de ondas sonoras. El sonido no puede propagarse uniformemente a su través, sino que ha de seguir los caminos que le marcan las cadenas de fuerzas que existen en el seno del medio [7]. Estas cadenas de fuerzas son en general muy débiles, lo que explica el uso de los medios granulares para la absorción del sonido y las vibraciones. Pero es que, además, la estructura de las tensiones internas hace que las ondas sonoras se dividan en las bifurcaciones y también que en algunos casos interfieran en ciertos

puntos. En consecuencia, la propagación del sonido en un medio granular es extremadamente sensible a la disposición detallada de los granos en su seno.

Cuando una mezcla de granos de distintos tamaños es agitada verticalmente, se produce un importante efecto que se conoce con el nombre de segregación, y que consiste, en este caso, en que las partículas más grandes suben a la superficie. Recordemos que en un fluido ordinario las partículas se distribuyen de acuerdo con su densidad y que, a igual densidad, las mayores tienden a situarse a menor altura. La segregación puede producirse como consecuencia de muy distintos procesos dinámicos provocados externamente, habiéndose dado el caso de que procedimientos originalmente diseñados para mezclar industrialmente granos distintos, en realidad producían su separación por tamaños [8]. La no uniformidad resultante de la segregación es normalmente un efecto negativo, excepto en aquellas aplicaciones en que lo que se busca es precisamente la separación de partículas por tamaños. Y hay que señalar que el efecto se produce aun cuando los tamaños de las partículas sean muy parecidos. En muchos casos, el transporte de una mezcla que se ha preparado homogénea para su utilización es suficiente para que se produzca la segregación, lo que plantea grandes problemas prácticos. Los efectos de segregación son muy importantes en la metalurgia de polvo y en las industrias farmacéutica, del vidrio y de la pintura, entre otras. Además, también son cruciales para la agricultura y para el análisis de fenómenos geofísicos. No es pues de extrañar que la segregación de granos por tamaños haya sido estudiada extensamente y desde muy distintas perspectivas, a pesar de lo cual, y como es general para toda la física de los medios granulares, es bastante poco lo que se comprende de este fenómeno.

Los dos procedimientos más estudiados de segregación son mediante sacudidas y por vibración, aunque otros métodos tales como por rotación han sido también analizados [9]. Los primeros análisis teóricos realizados partieron de la observación de que la disipación de energía juega un papel fundamental en los procesos de segregación en sistemas reales. Un grupo de investigadores [10] de la Universidad Carnegie-Mellon, en Pensilvania, realizó una simulación en ordenador de un sistema de esferas duras elásticas, una fracción de la cuales tenía un diámetro mayor que las restantes. A fin de evitar efectos de pared, que no obstante veremos enseguida que juegan un papel muy importante en este fenómeno, consideraron condiciones periódicas de contorno en el plano perpendicular a la acción de la gravedad, como se hace usualmente. Las partículas eran distribuidas de forma aleatoria dentro del recinto, y se les asignaban velocidades de acuerdo con una distribución de Maxwell-Boltzmann, es decir, como las de un gas ordinario en equilibrio a una cierta temperatura. A continuación, se iba disminuyendo gradualmente la temperatura del sistema, de forma que, finalmente, todas las partículas se encontraban en reposo. Recordemos que la temperatura es una medida de la energía cinética media de las partículas de un sistema. El resultado final era el esperado dentro de los esquemas normales de la Física (fig.1). Las partículas más grandes se encontraban cerca de la base del recinto, a fin de minimizar la energía potencial del sistema disminuyendo la altura del centro de masas. No aparecía efecto de segregación.

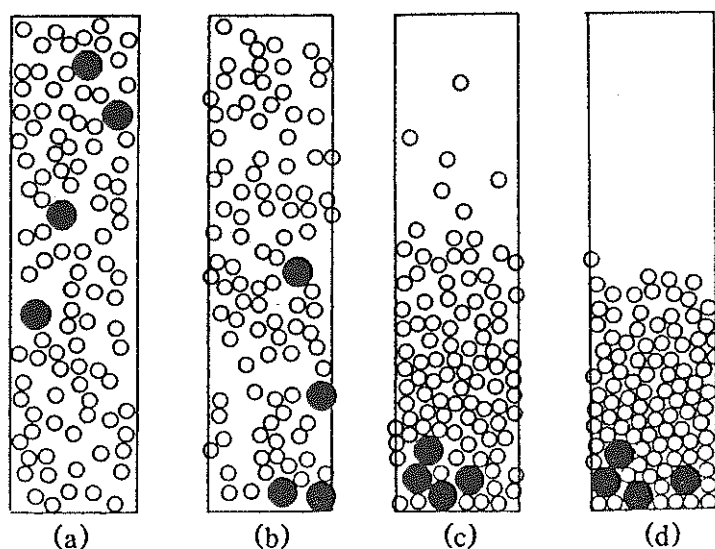


Fig. 1. Resultado de la simulación de una mezcla de partículas elásticas enfriada gradualmente.

A continuación, realizaron otro experimento en el que las colisiones eran consideradas como totalmente inelásticas y el sistema era sometido a sacudidas verticales sucesivas. Una sacudida era simulada como una aceleración hacia arriba que actuaba sobre todas las partículas un corto intervalo de tiempo, lo que producía que todas ellas ascendieran una cierta distancia (evidentemente, la aceleración era mayor que la de la gravedad). Desde esa altura, las partículas se dejaban caer y colisionaban de forma totalmente inelástica tanto con el fondo del recinto como entre sí, es decir, quedaban adheridas con velocidad nula. En la figura 2, se muestra el resultado de esta experiencia para una mezcla de 50 partículas grandes y 50 pequeñas, siendo la razón de los radios 1.5. Ahora, la segregación, análoga a la que se observa en los sistemas reales, aparece claramente. Un análisis detallado de la evolución del sistema llevó, además, a los autores a concluir que el mecanismo responsable del desplazamiento ascendente de los granos mayores era que los más pequeños llenaban los espacios vacíos que se producían debajo de aquéllos en cada sacudida, de forma que cuando tendían a la posición que ocupaban antes de la sacudida se la encontraban ocupada. Con ello, se aportaba una explicación cualitativa al fenómeno de la segregación en medios granulares, que estaba basada esencialmente en causas geométricas. En lenguaje físico, la relajación del sistema hacia su estado de equilibrio absoluto es impedida por la presencia de altas barreras entrópicas, que actúan a modo de cuellos de botella en el espacio configuracional.

Sin embargo, experimentos realizados posteriormente han demostrado que la segregación es un fenómeno mucho más complejo, y que puede producirse por motivos fundamentalmente distintos a los mencionados y, en particular, puede tener su

origen en movimientos convectivos en el seno del medio granular. Knight, Jaeger y Nagel [11] utilizaron un cilindro Pirex lleno de bolitas iguales de cristal a las que se añadía una más grande, aunque de la misma composición y densidad que las restantes. Al sistema se le sometía entonces a una serie de sacudidas verticales, separadas por intervalos de 1 segundo a fin de que tuviera tiempo de relajar entre cada dos sacudidas. Para seguir con detalle los movimientos en el seno de las partículas pequeñas, las que se encontraban inicialmente dentro de una capa horizontal al nivel de la más grande estaban coloreadas. En la figura 3 se ilustra esquemáticamente la evolución temporal del sistema. Dado que éste tiene simetría cilíndrica, es suficiente con mostrar un corte vertical en un plano conteniendo al eje del cilindro. Después de tan sólo uno o dos impulsos, se observa que las bolas coloreadas cercanas a la pared han comenzado a moverse hacia abajo. Posteriormente, la bola grande y las pequeñas que se encontraban próximas a ella en el centro del cilindro se van desplazando hacia arriba, mientras que las que estaban inicialmente próximas a la pared ya han alcanzado el fondo, se han acercado al centro del cilindro y están comenzando a subir. Cuando los granos pequeños que han ido subiendo por el centro llegan a la superficie, se mueven horizontalmente hacia la pared y comienzan a descender verticalmente manteniéndose paralelos a ella, de la misma forma que lo hicieron antes los que ya se encontraban inicialmente próximos a la pared. El movimiento descrito de los granos pequeños corresponde claramente a una secuencia convectiva, análoga a la que presentan los fluidos normales. La partícula grande se queda atrapada si, una vez que ha alcanzado la superficie, su tamaño es tal que es incapaz de seguir el flujo convectivo hacia las paredes a través de la estrecha capa superficial en que éste se establece.

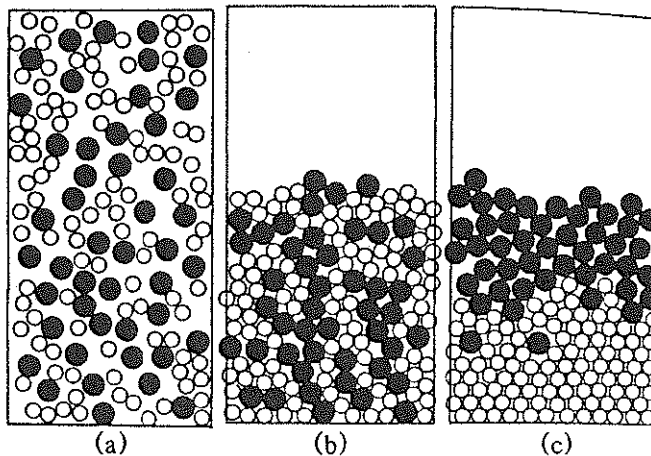


Fig. 2. Segregación en una mezcla binaria de 50 bolas grandes y 50 pequeñas, siendo la razón de los radios 1.5. La configuración (c) corresponde al resultado de 300 procesos de agitación.

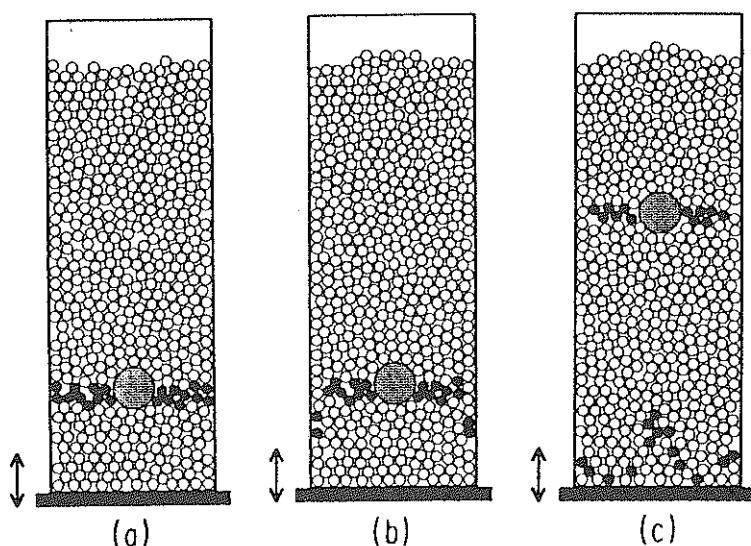
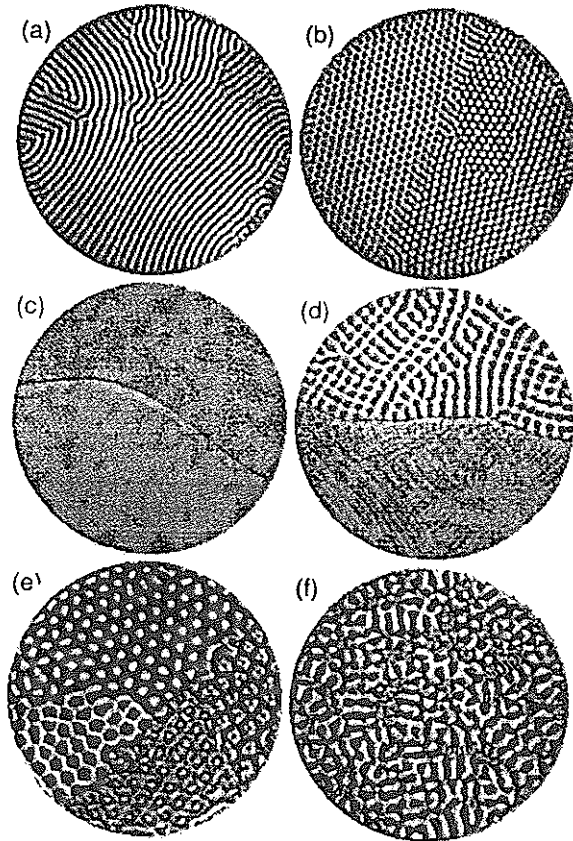


Fig. 3. Esquema del experimento llevado a cabo por Knight, Jaeger, y Nagel. (a) es la configuración inicial, (b) el resultado de una o dos sacudidas, y (c) corresponde a después de varias sacudidas.

La consecuencia de la experiencia anterior, y de otras llevadas a cabo por los mismos autores con distintas geometrías y tipos de pared, es que la convección juega un papel fundamental en los procesos de segregación por sacudidas y por vibración. Además, las paredes son esenciales para iniciar y mantener el movimiento convectivo, que está íntimamente unido a las interacciones de los granos con ellas. En este aspecto, los medios granulares son esencialmente distintos de los fluidos ordinarios, en los que los movimientos convectivos pueden ser generados por las fuerzas de empuje del propio fluido. Aunque, evidentemente, este resultado implica que la segregación es un fenómeno complejo desde el punto de vista físico, con numerosos interrogantes, por otro lado abre una vía para su estudio teórico. La difusión en fluidos normales es un fenómeno que podemos considerar bien entendido a partir de las leyes de la hidrodinámica. Si se fuera capaz de formular una teoría de tipo hidrodinámico para los medios granulares, se estaría en disposición de abordar el estudio sistemático de muchos de los fenómenos dinámicos que tienen lugar en ellos. Más adelante tendremos ocasión de comentar lo que se ha hecho en este sentido.

La segregación no es el único efecto peculiar que presentan los medios granulares cuando se les somete a vibraciones. Existe una variada y rica fenomenología, la cual no nos es posible detallar aquí. Vamos a limitarnos a reseñar el resultado de recientes experimentos realizados por Melo, Umbanhowar y Swinney [12]. Haciendo vibrar una capa de esferas de bronce contenidas en un recipiente cilíndrico en el que se había hecho el vacío, observaron que en la superficie libre de la capa se forman estructuras bien definidas compuestas por ondas estacionarias, que oscilan con $1/2$ ó $1/4$ de la frecuencia externa aplicada, f . Además, en ciertos casos, aparecen dominios

espaciales de diferente fase relativa, separados por discontinuidades de fase. En la figura 4 se muestran ejemplos de estructuras correspondiendo a: a) bandas, b) hexágonos, c) superficie plana con un pliegue («kink»), d) competición entre cuadrados y bandas, e) hexágonos y f) desorden. El orden en que se muestra la secuencia corresponde a ir aumentando la amplitud de las oscilaciones. Estas estructuras tienen similitudes con las que se observan en los fluidos normales cuando se les somete también a oscilaciones verticales [13]. No obstante, un análisis de los resultados muestra que existe una importante diferencia. En los medios granulares juega un papel relevante el mecanismo de duplicación del periodo («period doubling»), que no aparece en los fluidos normales, y que es el responsable de la formación de dominios con distintas fases en los medios granulares. En todo caso, los resultados de este tipo de experiencias parecen indicar de nuevo que debe ser posible una descripción macroscópica de los medios granulares dentro de un contexto de tipo hidrodinámico.



3. MONTÍCULOS DE ARENA Y CRITICALIDAD AUTOORGANIZADA

El concepto de criticalidad autoorganizada fue introducido por Bak, Tang y Wiesenfeld [14] para describir el comportamiento de sistemas que se encuentran en ciertos estados estacionarios alejados del equilibrio. La idea básica subyacente es tratar de establecer un paralelismo, dentro de lo posible, entre estos estados y los estados críticos de una transición de fase de equilibrio de segundo orden. Curiosamente, el ejemplo que consideraron los autores para ilustrar y aclarar las ideas que presentaban fue un sistema granular típico: un montículo de arena. Veamos cuál fue su línea de razonamiento.

Supongamos que se comienza a arrojar arena muy lentamente sobre un punto de una superficie plana horizontal. Para fijar ideas, supondremos que esta superficie es circular y está situada sobre un soporte, de forma que la arena que alcanza el borde de la superficie abandona el soporte. Cuando los granos van cayendo unos sobre otros, empieza a formarse un montículo. Normalmente, los granos no permanecen en la misma posición en que inciden sobre él, sino que se producen continuamente reajustes en la superficie del mismo. Al principio, estos reajustes son muy locales, en el sentido de estar limitados a unas pocas partículas de la superficie, pero al ir creciendo el montón de arena y aumentando su pendiente, involucran cada vez un número mayor de granos. A estos movimientos colectivos de granos se les denomina avalanchas, que al principio son de carácter microscópico, pero llega un momento en que afectan prácticamente a toda la superficie del montón. Es de esperar, y así parecía mostrarlo la experiencia, que se alcance un valor máximo de la pendiente, a partir del cual toda la arena que se va añadiendo se desliza y abandona el montículo cayendo del soporte. Sin embargo, los granos no caen con el mismo flujo constante con que se van añadiendo, sino que lo hacen en forma de avalanchas de distinta magnitud. Manteniendo pues un flujo de arena el sistema alcanza un «estado crítico», que además será independiente de la intensidad de dicho flujo.

Podemos asimilar las avalanchas al parámetro de orden de una transición de segundo orden, por ejemplo la imanación en una transición ferromagnética, jugando la pendiente del montículo el papel de la temperatura. Existiría pues un valor crítico de la pendiente, por debajo del cual las avalanchas tienen carácter local, análogamente a lo que sucede con las fluctuaciones de la imanación por encima de la temperatura crítica. Para ángulos mayores que el crítico, las avalanchas son macroscópicas, como ocurre con la imanación por debajo de la temperatura crítica.

Por otro lado, hemos de ser conscientes de que ambos fenómenos difieren en un aspecto importante. Mientras que en una transición de fase de segundo orden la temperatura es controlada externamente y, por tanto, si queremos situarnos en el punto crítico hemos de fijar el valor adecuado de la misma, en la experiencia que acabamos de describir con un montículo de arena, es el propio sistema el que tiende a su ángulo crítico y permanece en él una vez alcanzado. Esta diferencia es lo que Bak, Tang y Wiesenfeld querían reflejar al incorporar el término autoorganizada al referirse a este tipo de criticalidad. En cualquier caso, y salvada esta diferencia, la propuesta de los

autores anteriores consistió en extender los conceptos y métodos de la teoría de los fenómenos críticos de equilibrio a este tipo de sistemas. Y es preciso reconocer que este modo de proceder ha resultado muy fructífero para fenómenos muy variados.

Jaeger, Liu y Nagel [15] diseñaron una serie de experimentos para ver si el sistema que se había utilizado como prototipo de criticalidad autorganizada respondía realmente al esquema teórico propuesto. Aquí describiremos uno de ellos particularmente ingenioso. Un tambor semicilíndrico lleno de granos se hace girar lentamente con velocidad angular constante, como se indica en la figura 5. La mitad inferior del semicilindro está cerrada, de manera que, al ir girando el tambor, la arena irá aumentando su pendiente hasta alcanzar su, en principio, valor estacionario. A partir de ahí, el sistema mantendrá esa pendiente mediante la producción de avalanchas macroscópicas que caerán fuera del semicilindro. A fin de medir el flujo de arena producido por estas avalanchas, se le hace pasar entre las placas de un capacitor cuya capacidad se mide en función del tiempo. Dado que la variación de esta capacidad es directamente proporcional al flujo de granos entre las placas, se obtiene así una medida directa de dicho flujo. El resultado del experimento es claro: el sistema no sigue las leyes de la criticalidad autoorganizada. Y ello se debe a que no obedece las hipótesis en que se basa esa teoría.

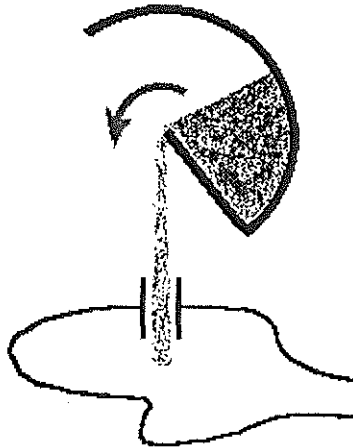


Fig. 5. Representación esquemática de uno de los experimentos realizados por Jaeger, Liu y Nagel para medir la variación de la pendiente de un montículo de arena.

Las avalanchas, una vez que se alcanza la región crítica, son todas de aproximadamente la misma magnitud y se producen de forma periódica. Dicho de otra forma, el sistema presenta no uno sino dos ángulos característicos de la pendiente, entre los cuales oscila. Las avalanchas se producen cuando la pendiente alcanza el valor correspondiente a un cierto ángulo θ_m , que representa el límite de estabilidad del sistema. Para ángulos mayores el sistema es inestable. El resultado de una avalancha es

reducir el ángulo de la pendiente a un valor más pequeño, denominado ángulo de reposo θ_r . Reducido el ángulo, éste vuelve a crecer, sin avalanchas, hasta θ_m y se repite el proceso. Este comportamiento recuerda el de una transición de fase de primer orden, en lugar del de una de segundo. Los estados con ángulos comprendidos entre θ_r y θ_m son estados metaestables, que existen más allá del punto de transición θ_r y que decaen al estado más estable cuando en el sistema se produce una fluctuación. Como es bien sabido, estos estados son característicos de las transiciones de fase de primer orden. Un ejemplo son los líquidos subenfriados que persisten por debajo de la temperatura de fusión. Sin embargo, tales estados no existen en las transiciones de fase de segundo orden. Llevando más allá la analogía, podríamos incluso asociar el valor θ_m con el punto espinodal de la transición, en el que el sistema deja de ser metaestable para volverse absolutamente inestable. En resumen, los montículos de arena parecen no comportarse de acuerdo con la teoría de la criticalidad autoorganizada. Esto no quiere decir, ni mucho menos, que el concepto en que se basa dicha teoría no sea útil, incluso para el análisis de los propios montículos, sino que en éste, como en todos los aspectos de los medios granulares, es mucho lo que queda por comprender.

La existencia de fenómenos de histéresis del tipo que acabamos de describir ha sido explicada mediante un sencillo modelo para la fuerza de fricción en un medio granular sometido a un flujo tangencial [16]. El modelo también es capaz de explicar el hecho de que, cuando un medio granular se desliza por una pendiente, el movimiento se restringe a unas pocas capas superficiales. Aunque la teoría está formulada sin una base sólida y contiene varios parámetros de campo medio cuyo valor no proporciona, de manera que sólo es posible una comparación cualitativa con los resultados experimentales, tiene el valor de poner de manifiesto, una vez más, la posibilidad real de construir una teoría general para los medios granulares.

4. COLISIONES INELÁSTICAS

Al abordar una aproximación teórica al estudio de los medios granulares, la primera constatación, que puede parecer sorprendente, es que no hay razones a priori que hagan esperar ni que su estudio sea especialmente difícil ni que presenten las propiedades tan peculiares que hemos visto anteriormente. Si consideramos a un medio granular como un conjunto de granos, éstos son de dimensiones macroscópicas, de manera que les son aplicables las leyes de la Mecánica Clásica. Además, aunque los experimentos ponen de manifiesto el carácter intrínsecamente inelástico de las colisiones entre los granos, éstas son puramente repulsivas si nos restringimos a medios secos, de manera que es posible considerar como modelo de sistema granular un conjunto de esferas duras inelásticas. Por otro lado, los medios granulares están constituidos por un gran número de partículas, lo cual hace esperar que les sean aplicables las ideas y métodos de la Mecánica Estadística para medios moleculares, aunque desde luego con las modificaciones correspondientes. Es cierto que el número típico de partículas en un medio granular es muchos órdenes de magnitud menor que el número de Avogadro, pero es bien sabido, y las técnicas de simulación en ordena-

dor lo han corroborado, que unos pocos miles, e incluso centenares, de partículas son suficientes para que un sistema presente un comportamiento estadístico acorde con las leyes macroscópicas, excepto en situaciones extremas.

En lo que se refiere a un sistema granular en equilibrio, se han realizado algunas propuestas tratando de extender la termodinámica a estos sistemas [17, 18]. No nos vamos a ocupar de ellas aquí, dado que hasta la fecha no han demostrado ser muy fructíferas y, además, no consideran situaciones de no equilibrio, que son precisamente las más interesantes y peculiares. No obstante, es importante resaltar el papel que juega el concepto de temperatura en un medio granular.

Si consideramos un grano aislado en equilibrio térmico con sus alrededores a una temperatura T , sabemos que la velocidad de dicho grano experimenta fluctuaciones cuya dispersión viene determinada por $k_B T/m$, siendo k_B la constante de Boltzmann y m la masa del grano. Este es el origen del denominado movimiento Browniano. Si el grano es macroscópico, a temperaturas ordinarias estas fluctuaciones son despreciables sobre la propia escala determinada por él, y no afectan a su estado de reposo o movimiento. Dicho de otro modo, la temperatura externa no juega ningún papel en los medios granulares, por estar éstos compuestos por partículas macroscópicas. Notemos que lo anterior no está relacionado con la naturaleza granular del sistema, y es aplicable también al caso de un conjunto de partículas macroscópicas que colisionaran elásticamente. Sin embargo, existe una diferencia esencial entre ambos tipos de sistemas. Si tenemos un número suficientemente grande de partículas que constituyen un sistema aislado y en equilibrio, siendo las colisiones elásticas, siempre podemos asociarle una temperatura siguiendo los procedimientos usuales de la Termodinámica y la Mecánica Estadística. Esta será una temperatura intrínseca del sistema. Incluso si el sistema estuviera en contacto con el medio ambiente, su parámetro de temperatura sería distinto (mucho mayor si las partículas son macroscópicas y están en movimiento) que el de aquél. El sistema podría considerarse en equilibrio a su temperatura dado que los intercambios energéticos con el exterior serán despreciables comparados con su energía. Esto es lo que sucede cuando se simula un gas en una mesa sin rozamiento. La temperatura de ese gas y la ambiente no tienen nada que ver.

La situación es completamente distinta en el caso de los medios granulares, debido al carácter inelástico de las colisiones. La energía del sistema, definida como la suma de la energía cinética y potencial de las partículas que lo componen, no se conserva aun cuando el sistema esté aislado. Es más, es evidente que tiende asintóticamente a cero en el transcurso del tiempo. En consecuencia, el sistema no alcanza un estado de equilibrio caracterizado por la igualdad de probabilidades de todos los estados inicialmente accesibles, y los postulados básicos de la Termodinámica y la Mecánica Estadística no se cumplen. A un nivel más formal, se dice que el sistema no es ergódico porque su punto representativo en el espacio físico no recorre la superficie de energía constante correspondiente. De hecho, en el formalismo desarrollado en las referencias [17] y [18], el papel que juega la temperatura en sistemas moleculares es desempeñado por el volumen del medio granular.

No obstante todo lo anterior, la experiencia ha demostrado que es útil introducir, para estudiar los flujos granulares, una magnitud que mida la dispersión de las velocidades de las partículas, y esto suele hacerse extendiendo de forma directa la expresión de la temperatura en sistemas moleculares [19]. Por esta razón, se le denominó «temperatura granular», aunque en la actualidad es usual referirse a ella simplemente como temperatura, lo que puede llevar a equívoco a los que no son expertos en el campo. En cualquier caso, y se le denomine como se le denomine, lo importante es tener presente que esa magnitud no posee las propiedades de la temperatura termodinámica, y es sólo una medida de la dispersión de las velocidades de los granos que componen el medio.

Uno de los modos más directos de modelar los sistemas granulares es mediante simulación en ordenador. Este método presenta varias ventajas. En primer lugar, sólo se necesitan las propiedades mecánicas de los granos, es decir, las reglas que describen sus colisiones. Además, permite un control total del sistema, seleccionando la situación física que se quiere estudiar y las magnitudes físicas que se desean medir. Puede, incluso, seguirse las trayectorias individuales de las partículas e identificarse los procesos dinámicos elementales que son responsables del comportamiento medio observado. Una de las principales aplicaciones de los métodos de simulación es proporcionar un test directo para las teorías propuestas.

Prácticamente todas las simulaciones realizadas hasta la fecha han considerado granos con simetría esférica, y más concretamente, discos o esferas inelásticas que colisionan instantáneamente. La inelasticidad de las colisiones es introducida mediante un coeficiente de restitución normal α que se supone, por sencillez, que es independiente de las velocidades de las partículas incidentes. Este coeficiente mide la disminución del módulo de la componente normal de la velocidad relativa en la colisión, de manera que en el límite $\alpha \rightarrow 1$ la colisión se vuelve elástica. Cuando α no es igual a 1, pero está muy próximo a él, se dice que el sistema corresponde al límite quasi-elástico. Este es el caso más estudiado, ya que permite análisis perturbativos alrededor de un sistema conservativo. En la figura 6 se muestra un esquema de colisión inelástica para esferas duras de diámetro σ . La colisión está descrita en coordenadas relativas, de forma que g es la velocidad de la partícula incidente respecto de la considerada como blanco. Un sencillo cálculo muestra que la pérdida de energía en cada colisión es proporcional a $1 - \alpha^2$, dependiendo además de la velocidad relativa y el ángulo de incidencia de las partículas.

Durante los últimos años, han sido numerosas las simulaciones en ordenador que se han realizado para estudiar las propiedades de los medios granulares en muy distintas situaciones. De hecho, prácticamente toda la fenomenología que hemos descrito ha sido reproducida en las simulaciones, generando una extensa base de datos numéricos. Pero los resultados quizás más espectaculares se han producido muy recientemente. Se trata de los fenómenos de agregación y colapso inelástico que vamos a describir a continuación. Son dos efectos de inestabilidad de los medios granulares aún no bien entendidos.

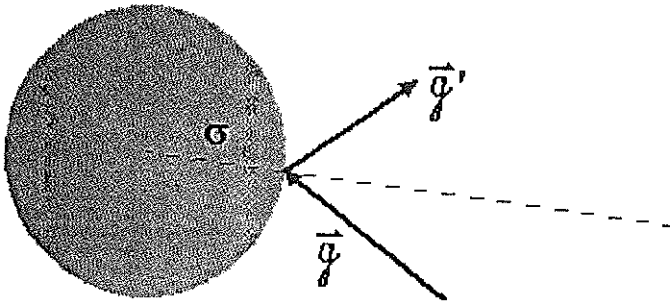


Fig. 6. Colisión inelástica de dos esferas de radio σ . $\vec{g}$ y $\vec{g}'$ son las velocidades relativas antes y después de la colisión, respectivamente.

Supongamos que tenemos un medio granular contenido en un recipiente aislado del exterior. Las partículas están inicialmente distribuidas de forma uniforme dentro del sistema y poseen unas ciertas velocidades. Para ser concretos, vamos a suponer que estas velocidades corresponden a una distribución de Maxwell-Boltzmann de valor medio nulo y cuya dispersión define la temperatura granular del medio. Como las colisiones son inelásticas, el sistema irá perdiendo energía en cada colisión, es decir, su temperatura granular disminuirá monótonamente en el tiempo, tal y como hemos comentado antes. En ausencia de campo externo, uno esperaría que el sistema tendiera a un estado de reposo absoluto de todas sus partículas, permaneciendo durante su evolución macroscópicamente homogéneo. Este estado dependiente del tiempo fue considerado por primera vez por Haff [20], y se le suele denominar estado de enfriamiento uniforme. Sin embargo, experimentos de dinámica molecular han puesto claramente de manifiesto que las cosas no son tan sencillas. Si el coeficiente de restitución no tiene un valor muy próximo a la unidad, y el sistema es suficientemente grande, en el seno del medio se forman espontáneamente aglomerados de partículas rodeados de regiones de baja densidad [21]–[25]. Además, en el caso de sistemas bidimensionales o tridimensionales, se produce también una segregación de la cantidad de movimiento de manera que en el sistema aparecen flujos tangenciales uniformes macroscópicos. La figura 7, que está tomada de la ref. [25], presenta un ejemplo de estado de agregación con flujo tangencial obtenido en la simulación de un sistema de discos. Se observa claramente cómo las partículas se han concentrado en dos bandas que se mueven en direcciones opuestas, la de arriba hacia la izquierda y la de abajo hacia la derecha.

Cuando el coeficiente de restitución es menor que un cierto valor crítico, un nuevo efecto tiene lugar en el medio granular. Aparecen grupos de partículas cuyas distancias y tiempos entre colisiones tienden rápidamente a cero, de manera que colisionarían entre ellas un número infinito de veces en cualquier tiempo finito. En dos dimensiones, estos grupos de partículas no tienen cualquier forma, sino que se estructuran en cadenas bien definidas, como la que se muestra en la figura 8. Así pues, no todas las partículas de un aglomerado participan simultáneamente en el desarro-

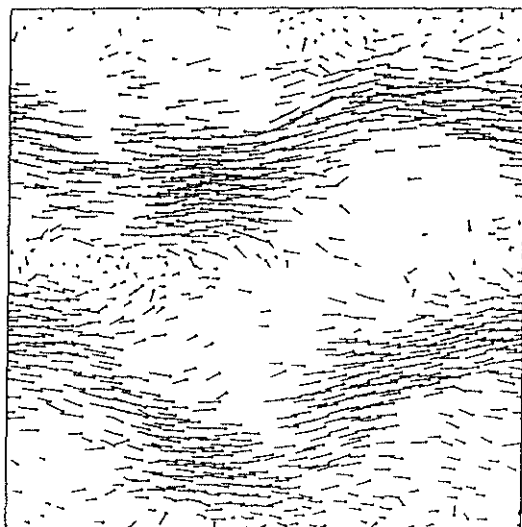


Fig. 7. Estado de agregación obtenido a partir de un estado inicial homogéneo de un sistema de discos inelásticos. Las flechas representan los desplazamientos experimentados por cada una de las partículas en un pequeño intervalo de tiempo.

llo de esta singularidad, sino sólo una parte de ellas que están estructuradas adecuadamente. Las dos inestabilidades que acabamos de comentar son muy diferentes desde un punto de vista físico, aun cuando tal vez una tenga su origen en la otra. La formación de agregados presenta características cualitativas típicas de un fenómeno hidrodinámico, y de hecho veremos más adelante que puede ser descrita por una formulación de ese tipo. Por el contrario, el colapso inelástico aparece como un efecto cinético sobre una escala microscópica, al menos en sus principios, que es lo que hasta ahora se ha estudiado en las simulaciones. Cualquier teoría que pretenda calcular ese efecto tiene que ser capaz de describir colisiones múltiples involucrando varias partículas a la vez, lo cual implica tener en cuenta las correlaciones entre las velocidades de las partículas colisionantes. Tal teoría no existe en la actualidad ni siquiera para los sistemas moleculares.

Vamos a cerrar este apartado con dos observaciones. En primer lugar, a un nivel puramente intuitivo es fácil entender por qué el tiempo entre colisiones puede tender a cero en ciertas regiones de un medio inelástico. Basta considerar lo que sucede cuando se deja caer al suelo una pelota desde una cierta altura. Sus botes son cada vez más pequeños, de manera que el tiempo transcurrido entre dos choques consecutivos disminuye monótonamente, llegando a ser tan pequeño como se quiera. El segundo comentario es que la relevancia del colapso inelástico en referencia a los medios granulares reales es aún desconocida. Puede ser que se trate tan sólo de uno de esos efectos teóricamente fascinantes pero sin ninguna implicación práctica.

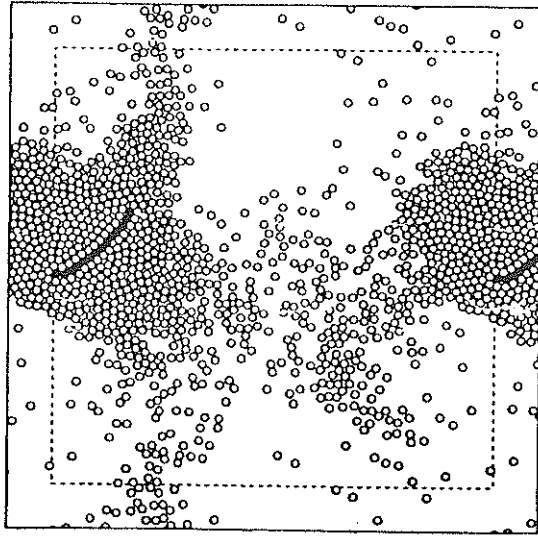


Fig. 8. Ejemplo de configuración mostrando colapso inelástico. El coeficiente de restitución es 0.6. Las partículas negras son las únicas que participaron en las últimas 200 colisiones en el sistema. Nótese las condiciones periódicas de contorno utilizadas en la simulación.

5. MODELOS TEÓRICOS PARA FLUJOS GRANULARES

Como hemos visto en la parte anterior de esta exposición, los medios granulares presentan en muchas circunstancias comportamientos que recuerdan los de los fluidos moleculares, aunque con importantes peculiaridades. Esta observación ha llevado de forma natural a tratar de extender las teorías existentes para éstos al caso de aquéllos, esperando que los resultados obtenidos sean aplicables, al menos, en el denominado régimen de flujo rápido, en el que, por definición, se supone que las partículas se mueven libre e independientemente, excepto cuando colisionan entre sí. En particular, se han propuesto ecuaciones de tipo hidrodinámico, análogas a las convencionales de Navier-Stokes para fluidos moleculares. El punto de partida para ello son las ecuaciones de balance, que expresan la evolución temporal de la densidad, la cantidad de movimiento y energía locales. En los sistemas moleculares se trata de ecuaciones de conservación, ya que las correspondientes magnitudes globales no varían en el tiempo. El hecho de que, por el contrario, la energía no se conserve en un medio granular, hace que la ecuación que describe su evolución contenga un término nuevo asociado a la disipación en las colisiones.

Las ecuaciones de balance, aunque exactas, no son útiles en tanto no se cierran mediante expresiones explícitas para los flujos de cantidad de movimiento y energía y, en el caso de un medio granular, para el término de disipación colisional de energía. Para los fluidos moleculares estas relaciones, también llamadas ecuaciones constitutivas, las proporcionan, en el límite de gradientes pequeños, dos leyes fenomenológicas: la expresión de Newton del tensor de presiones y la ley del calor

de Fourier. Se obtienen así las conocidas ecuaciones de Navier-Stokes, que contienen tres coeficientes de transporte desconocidos: el coeficiente de conductividad térmica, el de viscosidad tangencial y el de viscosidad de volumen. Por sencillez, nos estamos restringiendo al caso de un fluido monocomponente. Si se quieren fundamentar teóricamente las leyes de Newton y Fourier, y obtener, además, expresiones para los coeficientes de transporte en función de las propiedades de las partículas, es necesario considerar una descripción más microscópica del sistema. La conexión entre una descripción en términos de partículas y una descripción hidrodinámica continua la proporciona la Teoría Cinética o, si se prefiere, la Mecánica Estadística de los procesos irreversibles.

Para los medios granulares no existen leyes empíricas análogas a las de Fourier y Newton, en parte porque no han sido estudiados de una forma tan sistemática como los fluidos moleculares, y en parte por las dificultades que presentan para realizar experimentos sencillos y directos que permitan identificar leyes de ese tipo. Lo que se hizo entonces en los primeros trabajos sobre flujos granulares fue escribir ecuaciones hidrodinámicas de transporte por analogía con las de Navier-Stokes, realizando estimaciones cualitativas de los coeficientes mediante argumentos de campo medio [19]. Sin embargo, existen varias razones por las que este modo de proceder no es satisfactorio. El carácter inelástico de las colisiones, con la correspondiente no conservación de la energía, hace que los razonamientos que justifican las ecuaciones de Navier-Stokes en un fluido normal no sean directamente trasladables. Pero es que, además, muchos de los fenómenos más importantes presentados por los medios granulares van asociados a efectos reológicos no lineales, cuya consideración requiere ir más allá del primer orden en los gradientes de los campos, que es el que se retiene en una aproximación del tipo Navier-Stokes.

En los últimos años han sido varias las propuestas que se han realizado para extender los métodos de la teoría cinética a sistemas de partículas que colisionan inelásticamente [20], [26]-[31], [32]. En el caso más idealizado, los granos se modelan mediante partículas esféricas lisas, cuyas interacciones sólo afectan a los grados de libertad traslacionales. Una descripción más real exige la consideración de partículas rugosas [33, 34] y también de partículas de distintos tamaños [35]-[37].

La aplicación de los métodos de la Teoría Cinética requiere, en primer lugar, la derivación de una ecuación cinética para la función de distribución, y en segundo lugar, resolver esa ecuación. A partir de la función de distribución pueden calcularse todas las propiedades del sistema, tanto estáticas como dinámicas. Ambos pasos, si no es posible hacerlos de forma exacta, hay que procurar realizarlos manteniendo el mayor control posible sobre las aproximaciones que se introduzcan, en el sentido de conocer el posible rango de validez de los resultados obtenidos. La mayor parte de las ecuaciones cinéticas propuestas hasta ahora para los flujos granulares han sido formuladas mediante argumentos intuitivos, análogos a los utilizados en las derivaciones heurísticas originales de las ecuaciones de Boltzmann y de Enskog [38]. Sin embargo, muy recientemente [30], el problema ha sido formulado a partir de las propias ecuaciones de movimiento de las partículas, de las que se deriva una ecuación

de evolución para la función de distribución del sistema completo, que es una generalización de la ecuación de Liouville para sistemas conservativos. A partir de esta ecuación, se obtiene una jerarquía de ecuaciones acopladas para las funciones de distribución reducidas, que constituye la versión inelástica de la conocida jerarquía de Bogoliubov, Born, Green, Kikwood e Yvon [38]. Si en ella se consideran los límites apropiados, se llega a extensiones de las ecuaciones de Boltzmann y Enskog para dinámica disipativa.

Una vez que se conoce la ecuación cinética que obedece la función de distribución de una partícula, hay que abordar el resolverla para una situación física concreta. Y si éste es ya un problema muy complejo en el caso de fluidos moleculares, lo es aún más para fluidos inelásticos. Para entender el origen de esta complicación adicional, basta considerar el estado de enfriamiento uniforme, que es, sin duda, el estado más sencillo en que puede encontrarse un medio granular, y que en alguna forma equivale al estado de equilibrio de Maxwell-Boltzmann. Pues bien, la función de distribución de velocidades de ese estado no es conocida ni siquiera para el caso límite de un gas diluido. En otras palabras, no se conoce la solución analítica de la ecuación de Boltzmann (inelástica) para el estado de enfriamiento uniforme. Desde luego, tampoco se conoce para ningún otro estado de interés físico. ¿Cómo se puede proceder entonces para profundizar en el conocimiento teórico de la dinámica de estos sistemas? Existen dos vías alternativas y a la vez complementarias. Una consiste en tratar de obtener soluciones numéricas de las ecuaciones cinéticas. La otra en introducir aproximaciones que conviertan el problema en tratable. A su vez, en esta segunda vía se presentan dos opciones: buscar soluciones aproximadas de las ecuaciones cinéticas «exactas», como por ejemplo la ecuación de Boltzmann, o aproximar la propia ecuación, sustituyéndola por lo que se denomina un modelo cinético, que sí que se pueda resolver exactamente para un número mayor de estados del sistema.

El procedimiento habitual de obtener soluciones aproximadas de ecuaciones cinéticas es el desarrollo perturbativo de Chapman-Enskog, que lleva en primer orden a las ecuaciones hidrodinámicas de Navier-Stokes. Sin embargo, cuando se aplica este método a un medio granular, aparece una complicación. Mientras que la solución de orden cero para fluidos moleculares viene dada por la llamada función de distribución de equilibrio local, es decir, por una distribución que coincide funcionalmente con la de equilibrio pero en la que los campos globales son reemplazados por sus valores locales en el instante considerado, la solución de la ecuación correspondiente para colisiones inelásticas no se conoce hasta la fecha. La ecuación es formalmente la misma que la que describe el estado de enfriamiento uniforme, de forma que si se conociera una, se conocería la otra. Lo que se hace entonces usualmente en las teorías que existen de flujos granulares es introducir cierta expresión aproximada para esta función de distribución de referencia. Basándose en resultados obtenidos mediante simulación y razonamientos cualitativos, se ha venido utilizando normalmente una distribución de Maxwell-Boltzmann. Recientemente, se ha analizado en detalle cómo es de precisa esta aproximación, tanto analíticamente [29,

39] como mediante resolución numérica de las ecuaciones cinéticas [40]. Los resultados muestran que la Maxwelliana describe correctamente toda la región de velocidades térmicas, es decir, velocidades del orden de $(k_B T/m)^{1/2}$, aunque no las zonas de muy altas o bajas velocidades. Dado que las velocidades térmicas son las que más contribuyen a las propiedades macroscópicas del sistema, resulta que la aproximación reproduce éstas muy fielmente y, en este sentido, puede considerarse como satisfactoria.

Sin embargo, aún admitiendo la Maxwelliana como una buena aproximación para la solución de orden cero, las dificultades no desaparecen. Para resolver la ecuación de primer orden, es necesario introducir nuevas aproximaciones que, por consistencia, implican considerar el límite de quasielasticidad. En resumen, las ecuaciones de transporte a que se llega por este procedimiento sólo son válidas en el límite de pequeños gradientes y baja disipación. Sin embargo, la mayor parte de los fenómenos peculiares de los flujos granulares rápidos están claramente asociados a efectos reológicos y no lineales, y a disipación no muy pequeña. Tal es el caso, en particular, de la formación de agregados y el colapso inelástico.

Parece, pues, instructivo introducir modelos sencillos de ecuaciones cinéticas para sistemas inelásticos que permitan llevar a cabo un análisis detallado y controlado, sin restringirse a los límites de baja disipación y gradientes pequeños. Los modelos cinéticos han probado ser muy útiles para el estudio de sistemas moleculares alejados del equilibrio [41, 42]. Para bastantes situaciones físicas de interés, se han encontrado soluciones exactas de los modelos que, además, concuerdan bastante bien con las soluciones numéricas de las ecuaciones exactas. Hace poco tiempo [32, 30, 31], estos modelos han sido extendidos al caso disipativo y las primeras aplicaciones realizadas han sido muy satisfactorias. Así, por ejemplo, se han obtenido las ecuaciones de tipo hidrodinámico válidas en el orden de Navier-Stokes pero, al menos en principio, para valores arbitrarios del coeficiente de restitución. Como muestra de los efectos sorprendentes que introduce la no elasticidad de las colisiones, vamos a indicar que la extensión de la ley de Fourier tiene la forma

$$q = -k \nabla T - \mu \nabla n; \quad (1)$$

donde q es el flujo de calor, T la temperatura granular y n la densidad. El primer término es el análogo a la ley de Fourier en un sistema molecular, siendo k el coeficiente de conductividad térmica. El segundo, que representa un acoplo entre el flujo de calor y el gradiente de densidad, no existe en un medio elástico y, consecuentemente, el coeficiente se anula en el límite $\alpha \rightarrow 1$. El mecanismo responsable de este acoplo es fácil de entender. A igualdad de temperatura, en las regiones más densas se producen más colisiones que en las menos densas. Si las colisiones son inelásticas, la densidad de energía tenderá a disminuir más rápidamente en las regiones más densas, lo que el sistema tratará de compensar produciendo un flujo de calor en sentido opuesto al gradiente de densidad.

Volvamos ahora a los fenómenos de formación de agregados y colapso inelástico. ¿Hasta qué punto son abordables mediante modelos cinéticos, especialmente teniendo en cuenta que los propuestos hasta la fecha se limitan a gases granulares no muy densos? La primera cuestión relevante es si estos efectos son retenidos por la propia ecuación de Boltzmann, que puede considerarse como exacta para un gas en el límite de baja densidad. Si no fuera así, menos podría esperarse que fuesen capaces de describirlos aquellos modelos cinéticos que son aproximaciones de la ecuación de Boltzmann. Para analizar este punto, se ha utilizado un método numérico de resolución de la ecuación de Boltzmann conocido como método directo de Monte Carlo [43]. Las condiciones iniciales correspondían a las de un sistema inelástico homogéneo en equilibrio a una cierta temperatura. Al seguir la evolución temporal de la solución de la ecuación de Boltzmann, se observa que, después de un corto periodo transitorio, el sistema alcanza el estado de enfriamiento uniforme, permaneciendo homogéneo y disminuyendo su temperatura monótonamente. Sin embargo, si se espera un tiempo suficientemente grande, se produce espontáneamente una perturbación que inicialmente tiene forma sinusoidal y cuya amplitud aumenta en el tiempo. El proceso termina con la formación de una zona de alta densidad rodeada por un gas de densidad mucho más baja. Un proceso típico se muestra en la figura 9, donde se representa el perfil de densidad a lo largo de una dirección arbitraria y . El coeficiente de restitución en este caso es $\alpha = 0.95$ y el tiempo y la longitud están medidos en unidades arbitrarias [40].

Es claro que lo que se observa en la solución descrita puede identificarse con la inestabilidad de formación de agregados que aparece en las simulaciones. Pero debemos tener en cuenta que la ecuación de Boltzmann sólo es válida a bajas densidades y, consecuentemente, no puede esperarse que proporcione una descripción cualitativa de la naturaleza y crecimiento del aglomerado de partículas, sino únicamente de los mecanismos responsables del inicio de su formación. Por la misma razón, no puede llevar al colapso inelástico. Por definición, las velocidades de las partículas que colisionan no están correlacionadas en una aproximación basada en la ecuación de Boltzmann, mientras que dichas correlaciones son una de las características esenciales del colapso inelástico.

Desde luego, el problema de la estabilidad del flujo granular puede abordarse también a un nivel hidrodinámico, estudiando la estabilidad de las ecuaciones de Navier-Stokes para medios granulares, y así se ha hecho [24, 32, 44], encontrándose regiones de inestabilidad para ciertos rangos de valores de la longitud de onda de las perturbaciones. No obstante, hay que hacer notar que estos estudios son de una validez limitada, pues, en realidad, lo único que permiten determinar son las perturbaciones que crecen en la región lineal, pero no lo que sucede una vez que los efectos no lineales se vuelven importantes. Ello se debe a que la matriz de perturbación no es normal, pero no vamos a entrar aquí en la discusión de este punto que nos llevaría a tecnicismos muy alejados de lo que es el objeto central de esta presentación.

Dejando aparte el estado de enfriamiento uniforme, los estados más sencillos de no equilibrio que pueden considerarse son los estacionarios. Los flujos granulares po-

seen un estado estacionario de flujo tangencial uniforme, es decir, un estado en que el sistema es homogéneo excepto porque existe un gradiente constante de velocidad en una dirección, por ejemplo la y , perpendicular a la dirección de la velocidad, por ejemplo la x . Tal estado estacionario no existe en un fluido molecular, porque los efectos de viscosidad producen un crecimiento continuo de la temperatura. Sin embargo, en un flujo granular dichos efectos pueden ser compensados por la disipación en las colisiones.

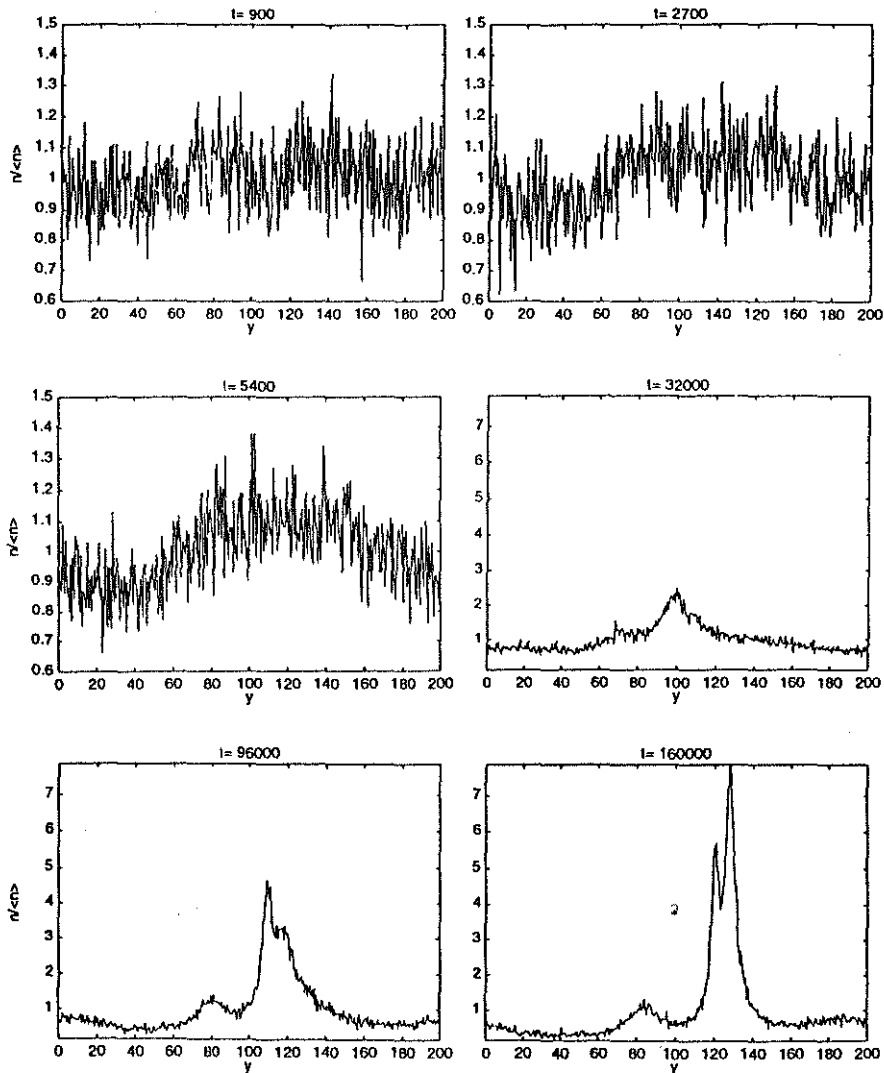


Fig. 9. Evolución temporal del perfil de densidad a lo largo de la dirección y de un gas diluido inicialmente homogéneo. El coeficiente de restitución es 0.95.

El estado estacionario de flujo tangencial ha sido estudiado también mediante un modelo de ecuación cinética [45], y los resultados obtenidos comparados con la solución de la ecuación de Boltzmann para dicho estado. La concordancia de los resultados es muy buena, corroborando de nuevo la utilidad de estos modelos. En particular, el modelo predice una dependencia correcta del tensor de presiones con el gradiente de velocidad y también anisotropía en sus componentes normales, un efecto que ha sido observado en los flujos granulares reales y que ha sido recientemente objeto de controversia [46].

6. COMENTARIOS FINALES

A pesar de su interés y de su influencia cotidiana en nuestras vidas, es poco lo que se sabe de los sistemas constituidos por granos. De la constatación de este hecho se sacan dos consecuencias relevantes para los científicos. La primera es que, muchas veces, centramos nuestra atención en sofisticados problemas, quizás de gran belleza intelectual, pero alejados del mundo real, mientras que olvidamos la realidad próxima que nos rodea. La segunda es de un carácter mucho más positivo. No es cierto, como defienden algunos con una visión miope, cuando no interesada, que la Ciencia no siga planteando grandes retos a la mente humana, ni que todas las grandes cuestiones hayan sido resueltas, ni siquiera a un nivel conceptual. Tampoco es cierto que el estudio de los problemas interesantes requiera tener acceso a complicadas y caras técnicas experimentales, o unos conocimientos que sólo pueden alcanzarse en unos pocos centros de investigación del mundo. La verdad es que la Ciencia sigue ofreciendo inestimables oportunidades para aquellos que se sientan llamados por ella y estén dispuestos a hacer de la búsqueda de la verdad uno de los objetivos de sus vidas.

Y ya sólo me queda manifestar mi agradecimiento a todos aquellos que me han ayudado a lo largo de mi trayectoria profesional. En esto, he sido tremendamente afortunado. He tenido grandes maestros, he colaborado con científicos y personas inmejorables y mis discípulos, pasados y presentes, han sido los mejores. A todos ellos muchas gracias.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] B.J. Ennis, J. Green y R. Davis, *Chem. Eng. Progress* 90, 32 (1194).
- [2] C.A. de Coulomb, in *Memoires de Mathématiques et de Physique présentées a l' Académie Royale des Sciences par divers Savants et lus dans les Assembles* (Paris 1773).
- [3] O. Reynolds, *Philos. Mag. Ser. 5*, 469 (1885).
- [4] R.A. Bagnold, *Proc. R. Soc. London A* 225, 49 (1954); 295, 219 (1966).
- [5] H.M. Jaeger y S.R. Nagel, *Science* 255, 1523 (1992). Una versión en español, con un contenido análogo, ha aparecido en *Mundo Científico* 132, 109 (1996).
- [6] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld, *Phys. Rev. A* 38, 364 (1988).

- [7] C.-h. Liu, Phys. Rev. B 50, 782 (1994).
- [8] Vase, por ejemplo, M. Poux, P. Fallole, J. Bertrand, D. Bidroux y J. Bousquet, Powder Technol. 68, 213 (1991).
- [9] O. Zik, D. Levine, S.G. Lipson, S. Shtrikman y J. Stavans, Phys. Rev. Lett. 73, 644 (1994).
- [10] A. Rosato, K.J. Strandburg, F. Prinz y R. Swendsen, Phys. Rev. Lett. 58, 1038 (1987); Powder Technol. 49, 59 (1986).
- [11] J.B. Knight, H.M. Jaeger y S.R. Nagel, Phys. Rev. Lett. 70, 3728 (1993).
- [12] F. Melo, P.B. Umbanhowar y H.L. Swinney, Phys. Rev. Lett. 75, 3838 (1996).
- [13] S. Douady, S. Fauve y C. Laroche, Europhys. Lett. 8, 621 (1989); Phys. Rev. Lett. 72, 172 (1994).
- [14] P. Bac, C. Tang y K. Wiesenfeld, Phys. Rev. Lett. 59, 381 (1987); C. Tang y P. Bak, Phys. Rev. Lett. 60, 2347 (1988).
- [15] H.M. Jaeger, C.-h. Liu y S.R. Nagel, Phys. Rev. Lett. 62, 40 (1989); S.R. Nagel, Rev. Mod. Phys. 64, 321 (1992).
- [16] H.M. Jaeger, C.-h. Liu, S.R. Nagel y T.A. Witten, Europhys. Lett. 11, 619 (1990).
- [17] S.F. Edwards y R.B.S. Oakeshott, Physica A 157, 1080 (1989).
- [18] A. Mehta y S.F. Edwards, Physica A 157, 1091 (1989).
- [19] C.S. Campbell, Annu. Rev. Fluid Mech. 22, 57 (1990).
- [20] P.K. Haff, J. Fluid Mech. 134, 401 (1983).
- [21] B. Bernu y R. Mazighi, J. Phys. A 23, 5745 (1990).
- [22] S. McNamara y W.R. Young, Phys. Fluids A 4, 496 (1992); 5, 34 (1993); Phys. Rev. E 50, R28 (1994).
- [23] N. Sela y I. Goldhirsch, Phys. Fluids 7, 507 (1995).
- [24] I. Goldhirsch y G. Zanetti, Phys. Rev. Lett. 70, 1619 (1993).
- [25] S. McNamara y W.R. Young, Phys. Rev. E 96, 5089 (1996).
- [26] J.T. Jenkins y S.B. Savage, J. Fluid Mech. 130, 187 (1983).
- [27] C. Lun, S. Savage, D. Jeffrey y N. Chepur, J. Fluid Mech. 140, 223 (1984).
- [28] J.T. Jenkins y M.W. Richman, Arch. Rat. Mech. 87, 355 (1985); Phys. Fluids 28, 3485 (1985).
- [29] A. Goldstein y M. Shapiro, J. Fluid Mech. 282, 75 (1995).
- [30] J.J. Brey, J.W. Dufty y A. Santos, J. Stat. Phys. (en prensa).
- [31] J.W. Dufty, J.J. Brey y A. Santos, Physica (en prensa).
- [32] J.J. Brey, F. Moreno y J.W. Dufty, Phys. Rev. E 54 445 (1996). Este modelo, que fué el primero de su clase introducido para medios granulares ha sido mejorado en las refs. [30, 31].
- [33] C.K.K. Lun y S.B. Savage, J. Appl. Mech. 54, 47 (1987).
- [34] C.K.K. Lun, J. Fluid Mech. 233, 539 (1991).
- [35] M. Farrell, C.K.K. Lun y M. Savage, Acta Mech. 63, 45 (1986).
- [36] T.J. Jenkins y F. Mancini, Phys. Fluids A, 1, 2050 (1989).
- [37] P. Zamankhan, Phys. Rev. E 52, 4877 (1995).
- [38] P. Resibois y M. de Leener, *Classical Kinetic Theory of Fluids*, (Wiley, New York, 1977).
- [39] T.P.C. van Noije, R. Brito y M.H. Ernst, notas pendientes de publicación.
- [40] J.J. Brey, M.J. Ruiz-Montero y D. Cubero, Phys. Rev. E 54, 3664 (1996).
- [41] Una revisión crítica donde se dan numerosas referencias ha sido realizada por J.W. Dufty en *Lectures on Thermodynamics and Statistical Mechanics*, editado por M. López de Haro y C. Varea (World Scientific, New Jersey, 1990), pp. 166-181. En este trabajo únicamente se consideran modelos de la ecuación de Boltzmann, mientras que modelos para la teoría de Enskog modificada se discuten en la referencia siguiente.
- [42] J.W. Dufty, A. Santos y J.J. Brey, Phys. Rev. Lett. 77 1270 (1996).
- [43] G. Bird, *Molecular Gas Dynamics*, (Oxford University Press, 1976); *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, (Clarendon Press, Oxford, 1994).

- [44] S. McNamara, Phys. Fluids A 5, 3056 (1993).
- [45] J.J. Brey, M.J. Ruiz-Montero y F. Moreno, Phys. Rev. E 55, 2846 (1997).
- [46] N. Sela, I. Goldhirsch y S.N. Noskowitz, Phys. Fluids 8, 2337 (1996).

DISCURSO PRONUNCIADO POR EL EXCMO. SR. D. RAFAEL MÁRQUEZ DELGADO

*Académico Numerario,
en contestación al leído por el
Ilmo. Sr. D. JOSÉ JAVIER BREY ABALO,
en el Acto de su recepción como Académico Numerario
celebrado el día 16 de Diciembre de 1997*

Excmo. y Magfco. Sr. Rector, Excmos. e Ilmos. Señores Vicerrector de Investigación, Presidentes y representaciones de otras Academias, Decano de la Facultad de Física, Miembros de la Academia, Señoras y Señores.

Me cabe hoy el honor, y al mismo tiempo la satisfacción, de contestar al Discurso de Ingreso en esta Real Academia Sevillana de Ciencias de D. Javier Brey Abalo, compañero desde hoy en la Academia y desde hace ya muchos años, a pesar de su juventud, en la Facultad de Física de la Universidad de Sevilla. Mi primer recuerdo de D. Javier Brey se remonta al año 1971, en el que el entonces catedrático de Mecánica Estadística de nuestra Facultad de Ciencias, D. Juan de la Rubia Pacheco, me hablaba de un joven licenciado en Física por la Universidad Complutense, becario entonces del Ministerio de Educación y Ciencia en la Universidad Libre de Bruselas, y en cuya incorporación a nuestra Facultad de Ciencias tenía puestas muchas esperanzas como apoyo tanto para el desarrollo de las enseñanzas que tenía encomendadas su Departamento, como para el de la investigación en el mismo. Poco después pude comprobar que sus esperanzas estaban justificadas, y el Prof. de la Rubia tuvo en el Prof. Brey a su más fiel y eficaz colaborador que, a su juventud, unía una vocación y aptitudes excepcionales, y un extraordinario espíritu de trabajo y dedicación.

D. Javier Brey pertenece a esa generación de científicos que inicia su etapa de posgraduado en la universidad española a finales de los años 60 y principio de los 70, y que hoy en día ocupan un gran número de plazas de profesores universitarios y de investigadores del CSIC. En lo que respecta a la Física, en aquella época empiezan a crearse Secciones de esta licenciatura en muchas de las Facultades de Ciencias existentes, al mismo tiempo que aparecen otras en las Facultades de nueva creación. En la Facultad de Ciencias de Sevilla, gracias a las gestiones del Prof. Pérez Rodríguez, se había creado la Sección de Física en el año 1963, contando sólo con dos catedráticos, él mismo y el Prof. Gandía Gomar, a los que se uniría poco des-

pués el Prof. Civit Breu, cuyas cátedras dieron origen respectivamente a los entonces departamentos de Óptica, Termología, y Electricidad y Electrónica. Las necesidades de profesorado eran evidentes, y muchos de aquellos jóvenes licenciados, recién graduados, se fueron incorporando a la Sección e iniciaron sus doctorados al mismo tiempo que tuvieron que encargarse de las enseñanzas de los estudios de licenciatura. Ha sido ésta una generación de científicos que ha conocido la transición desde aquella universidad, que con mucha ilusión pero con una gran carencia de medios apenas había podido iniciar su despegue, a la universidad actual. Ellos han sido los protagonistas de este resurgir de nuestra investigación, pagando con creces la apuesta que por ellos hicimos en su día los que les hemos precedido y hoy estamos jubilados o próximos a la jubilación. Los graduados que vienen incorporándose actualmente a nuestros departamentos universitarios no saben, afortunadamente para ellos, de esas carencias y dificultades, y a veces nos parece que se muestran excesivamente exigentes y poco pacientes o comprensivos con las dificultades que siempre hemos de encontrar en la financiación de la investigación.

D. Javier Brey se incorpora a la Universidad de Sevilla en el curso 1971-72, y en ella ha permanecido hasta la actualidad. En 1976 obtiene mediante concurso-oposición plaza de Profesor Agregado de Mecánica Estadística, y en 1982 obtiene el acceso a la cátedra de Mecánica Estadística que había dejado vacante el Prof. de la Rubia al trasladarse a la Universidad de Valencia. Su licenciatura en Física la hizo en la Universidad Complutense, a la que se traslada desde la Universidad de Salamanca, donde realizó el entonces denominado Curso Selectivo. Curso que, como él mismo nos confiesa, fue decisivo para su vocación. En efecto, aunque D. Javier Brey había mostrado durante el bachillerato excelentes aptitudes y actitudes para las ciencias especialmente las Matemáticas y la Física, su decisión de estudiar Física la tomó en dicho curso Selectivo, que en aquellos años era común a todos los alumnos de Ciencias e Ingenierías. Aquel curso Selectivo, determinante de tantas vocaciones universitarias, posteriormente sería sustituido -quiero creer que con la mejor intención por parte de nuestros dirigentes políticos- por el Curso de Orientación Universitaria, que ha conducido, junto con las Pruebas de Acceso y el numerus clausus de los centros universitarios, a una considerable desorientación de los alumnos, que terminan distribuyéndose entre los centros un tanto al azar, algunos muy lejos de lo que en principio parecía ser su vocación. Creo que los responsables de la política educativa deberían considerar la posibilidad, y más especialmente ahora que desaparece el Curso de Orientación Universitaria, de recuperar este Curso Selectivo que, como entonces, fuese común a áreas afines, y que permitiría a los estudiantes decantar su vocación hacia unos estudios más concretos.

En los años en que D. Javier Brey termina su licenciatura, la Mecánica Estadística había pasado en nuestro país de ser sólo una asignatura que se cursaba en la licenciatura de Física a ser una línea de investigación en algunas de nuestras Facultades de Ciencias. Así, en Barcelona había aparecido el grupo del Prof. Garrido Arilla, y en Madrid había empezado a formarse otro alrededor del Prof. de la Rubia, al que se uniría D. Javier Brey. Eran aquellos unos años de culto a los formalismos en to-

das las ramas de la Física. La idea subyacente era que los Principios Generales en que se sustentaban las distintas partes de la Física estaban bien establecidos y lo que procedía era dotarla de una estructura bella y armoniosa, y a este objetivo se dirigían los esfuerzos de una gran parte de los físicos teóricos. En el caso de la Mecánica Estadística de los Procesos Irreversibles, campo en el que se involucró desde el principio nuestro entonces recién licenciado, se venía desarrollando en la denominada Escuela de Bruselas, alrededor del premio Nobel Ilya Prigogine, un formalismo que se esperaba englobase toda la Física de los sistemas fuera del equilibrio. D. Javier Brey, quien conoce a Prigogine recién terminada su licenciatura, queda impresionado por su arrebatadora personalidad científica y humana, y por el panorama tan halagüeño que describe acerca de su formalismo. Obtiene una beca del Ministerio de Educación y Ciencia y pasa un año en Bruselas, que habría de resultar extraordinariamente provechoso para su formación y para sus investigaciones posteriores. En efecto, el carácter científico universal de Prigogine, con una importante componente humanista y su interés por temas muy variados, habría de influir decisivamente en nuestro joven licenciado. Dicho formalismo de la Escuela de Bruselas había evidentemente de ser contrastado mediante su aplicación a problemas concretos, y a esto dedicaban por entonces sus esfuerzos muchos de los colaboradores del Prof. Prigogine. Correspondió a D. Javier Brey el aplicarlo al movimiento browniano, consiguiendo obtener a partir de primeros principios la denominada ecuación de Fokker-Planck, formulada inicialmente a un nivel mesoscópico, y en la que se ponía de manifiesto por primera vez a este nivel de relevancia, no sólo la masa de la partícula browniana, sino también su densidad. Posteriormente generalizó la ecuación de Fokker-Planck al caso de varias partículas interaccionantes, al mismo tiempo que aplicó el formalismo de Bruselas a otros problemas físicos. Algunos de estos resultados se recogieron en su Tesis Doctoral, que presentó en la Universidad de Sevilla en 1973, dirigida por el Prof. de la Rubia, obteniendo el Premio Extraordinario de Doctorado.

Sin embargo, el Prof. Brey era consciente de las limitaciones del formalismo de Bruselas. En particular, en lo referente a las dificultades que por aquellos años estaban surgiendo en la Mecánica Estadística de los Procesos Irreversibles, y que estaban asociadas a la aparición de términos divergentes en los desarrollos teóricos. Esto le llevó a escribir un artículo bastante crítico en el que, utilizando un modelo sencillo, mostraba que el formalismo de Bruselas no aportaba nada nuevo a lo que ya se conocía y colapsaba cuando los métodos tradicionales no eran capaces de proporcionar una respuesta. Este artículo le granjeó el respeto y la lógica simpatía de científicos de prestigio que no compartían el punto de vista de la Escuela de Bruselas. Este hecho, por una parte, y la incorporación a su grupo de investigación de jóvenes licenciados ávidos de trabajar en temas teóricos, le lleva a extender las líneas de investigación del equipo a otros temas relacionados con las transiciones de fase y los fenómenos críticos. La idea era estudiar el comportamiento que predecían en la región crítica las teorías existentes para los fluidos clásicos.

Aunque por aquellos años ya se había formulado la teoría del Grupo de Renormalización y su éxito era ampliamente reconocido, no se sabía con precisión cuales eran las predicciones que se seguían de las ecuaciones integrales para fluidos, cuya validez fuera de la región crítica había sido ampliamente contrastada. El Prof. Brey, con algunos recién licenciados incorporados a su grupo, llevó a cabo un estudio de las dos ecuaciones integrales más conocidas: la de Percus- Yevick y la HNC. Estos trabajos han inspirado numerosos estudios posteriores y han sido ampliamente citados en la bibliografía.

Dentro todavía del campo de la Mecánica Estadística de los Procesos Irreversibles, pero abandonando ya definitivamente el formalismo de la Escuela de Bruselas, colabora con los Profesores Robert Dorfmann y Robert Zwanzig, durante una estancia en la Universidad de Maryland (EEUU) obteniendo, mediante técnicas de operadores de proyección, la generalización de las ecuaciones de Navier-Stokes al siguiente orden en los gradientes de los campos hidrodinámicos, es decir, las denominadas ecuaciones de Bumett, que eran conocidas hasta entonces sólo en el límite de bajas densidades. El Prof. Brey demostró además que las expresiones de los coeficientes de transporte asociados conducían a divergencias, lo que probaba la no analiticidad en los gradientes de los flujos dinámicos. La relevancia de estos resultados fue ampliamente reconocida por los investigadores que trabajaban en este campo y han sido recogidos incluso en algún libro de texto. Otro resultado destacable obtenido por nuestro nuevo académico en esas fechas fue la obtención de ecuaciones generales para las fluctuaciones y correlaciones de un fluido fuera del equilibrio, relacionándolas con las ecuaciones hidrodinámicas de transporte.

Aparte de profundizar en los temas anteriores, el Prof. Brey inicia en su grupo nuevas líneas de investigación, sin relación aparente con las anteriores, y que abarcan problemas tan dispares como tráfico de vehículos, modelos de sistemas ecológicos y propiedades formales de las ecuaciones maestras utilizadas en la descripción de procesos estocásticos. Esta diversidad de los temas estudiados, motivada por una permanente curiosidad científica, es una de las características esenciales de toda la labor investigadora del Prof. Brey.

Otro aspecto relevante de su investigación es la combinación de teoría y métodos numéricos de simulación, y que abarcan no sólo los más tradicionales de Monte Carlo y Dinámica Molecular sino también el llamado método directo de Monte Carlo para obtener soluciones numéricas de la ecuación de Boltzmann. Precisamente al estudio de soluciones exactas de esta ecuación y de un modelo de ecuación cinética basado en ella, debida a Bahtnagar, Gross y Krook y denominado por ello modelo BGK, han venido dedicando él y algunos de sus colaboradores una parte importante de su actividad, llegando a obtener soluciones del modelo BGK para varios estados alejados del equilibrio con gradientes arbitrarios. Algunos de estos resultados han sido recogidos en monografías recientes sobre la ecuación de Boltzmann.

Aunque el método de simulación de Dinámica Molecular ha puesto de manifiesto desde su nacimiento su gran utilidad en el estudio de sistemas compuestos por muchas partículas, y su uso ha ido incrementándose paulatinamente en el tiempo, hay

que señalar también que en muchos casos se han cometido abusos, y si bien los ordenadores actuales permiten obtener buenos resultados en la simulación de estados macroscópicos sencillos, la situación es distinta para los sistemas complejos y, en particular, si estos se encuentran muy alejados del equilibrio. Ello ha llevado a los investigadores a considerar dinámicas no hamiltonianas para las partículas. Uno de los campos en que se han utilizado dinámicas no-hamiltonianas en las simulaciones es la Mecánica Estadística de los Procesos Irreversibles, dando lugar a un conjunto de técnicas que se conocen con el nombre de Dinámica Molecular de No-equilibrio. Pues bien, el Prof. Brey ha colaborado en una serie de investigaciones que pusieron de manifiesto de forma clara las limitaciones de los resultados obtenidos por esas técnicas, y los consiguientes errores en que se podía incurrir si los resultados obtenidos mediante ellas se tomaban como ciertos. Ello ha supuesto, sin duda, una importante contribución a la delimitación del conocimiento real que se tenía de los procesos en sistemas muy alejados del equilibrio.

En los años siguientes, se embarca en nuevas líneas de investigación. Por un lado, comienza un ambicioso programa con el objetivo de entender las peculiares propiedades dinámicas y de relajación que presentan los vidrios estructurales. Utilizando modelos sencillos demuestra que la mayor parte de la fenomenología de tales sistemas puede explicarse en términos de propiedades generales de los sistemas cuando se les somete a procesos externos tan rápidos que no les es posible seguir en su evolución la curva de equilibrio. Introduce el concepto de «curva normal asociada a un proceso de calentamiento», a la cual tiende a aproximarse un sistema que es calentado de acuerdo con una ley de variación de la temperatura dada. La existencia de esta curva es el origen de los fenómenos de histéresis que presentan los vidrios cuando se les somete a un ciclo térmico. En estas investigaciones utiliza, entre otros, el modelo de Ising aportando nuevos resultados exactos para este importante modelo de la Física. En particular, ha demostrado cómo a muy bajas temperaturas la respuesta del sistema a una perturbación externa puede describirse mediante una ecuación de difusión que contiene un término fuente. Este último se anula en el límite de temperatura nula, dando lugar al llamado efecto «aging», que ha sido extensamente estudiado en el contexto de los vidrios de espín. Hasta el trabajo del Prof. Brey no existía solución analítica exacta de ningún modelo con interacciones de alcance finito que mostrase este efecto.

Otra línea de investigación desarrollada se centra en los fenómenos de resonancia estocástica y de activación resonante. Se trata de dos fenómenos análogos, pero de orígenes bien diferenciados, que aparecen como consecuencia del acoplo entre una señal y un ruido o entre dos ruidos, respectivamente. El efecto físico relevante es la amplificación de la señal o la reducción del tiempo de espera de respuesta para valores dados de los parámetros. La relevancia práctica de estos efectos en aplicaciones tecnológicas es un campo activo de investigación en la actualidad. Los estudios en los que ha venido participando el Prof. Brey han clarificado el origen y características de estos fenómenos, nuevamente mediante la utilización de modelos sencillos que permiten un estudio detallado y controlado.

Llegamos así al tema en que se ha centrado el discurso del nuevo académico: los medios granulares. La importancia de estos sistemas, tanto a un nivel puramente científico como desde un punto de vista aplicado, ha sido claramente señalada en el discurso. A pesar de que los problemas asociados a los medios granulares han sido objeto de atención desde hace mucho tiempo, los intentos por construir una teoría científica sólida y consistente para dichos sistemas son muy recientes, pudiendo decirse sin exageración que nos encontramos en los albores de la misma, y que el Prof. Brey es uno de los pioneros. Él, junto con dos de sus colaboradores, ha sido el primero en formular una ecuación exacta para la función de distribución del sistema prototipo de medio granular: un sistema de esferas duras inelásticas. Este es, sin duda, el punto de partida para el desarrollo de una teoría mecánico-estadística para tales sistemas. Paralela y complementariamente ha propuesto un modelo de ecuación cinética simplificada que permite realizar explícitamente cálculos exactos que serían prohibitivamente complicados con la ecuación exacta. El modelo ya ha sido aplicado con éxito a ciertos problemas particulares tales como el llamado flujo granular uniforme y el flujo tangencial uniforme estacionario. Una tercera vía de aproximación al problema es utilizada por el Prof. Brey y colaboradores: la simulación en ordenador, que proporciona no sólo datos con los que contrastar las predicciones teóricas, y en particular del modelo, sino también una valiosa información sobre los procesos dinámicos que tienen lugar en el sistema. Se dispone así de tres técnicas de investigación que se estimulan y complementan entre sí, proporcionando un método de trabajo idóneo. Esta capacidad de atacar un problema con distintas técnicas complementarias dentro de un mismo grupo de trabajo, y hacerlo con rigor y calidad, es una de las cualidades que se le reconocen dentro de la comunidad científica internacional al Prof. Brey. El hecho de que los medios granulares se puedan modelar como sistemas de partículas que interaccionan a través de colisiones inelásticas, hace que estos sistemas no sean hamiltonianos y, consecuentemente, hay que ser muy cautos a la hora de trasladarles conocimientos, e incluso intuiciones, adquiridos estudiando sistemas «normales». Un ejemplo, estudiado muy recientemente por el Prof. Brey, es un medio granular encerrado en un recipiente cuyas paredes se mantienen todas a una misma temperatura constante. La intuición (y el llamado Principio Cero de la Termodinámica) dice que el sistema debe alcanzar en el transcurso del tiempo un estado macroscópico estacionario homogéneo con una temperatura igual a la de las paredes. Sin embargo, no sucede así. El sistema alcanza un estado estacionario, pero altamente inhomogéneo, con fuertes gradientes de temperatura y densidad, con un marcado máximo de esta última en el centro del sistema, y no se trata de un efecto de las paredes, sino que se mantiene (y se acentúa) en el límite termodinámico, en que es válida la descripción macroscópica. Como ha puesto de manifiesto el Prof. Brey, los intentos por comprender el comportamiento de los fluidos granulares se basan esencialmente, hasta la fecha, en tratar de extender los métodos que tan buenos resultados han dado para los fluidos moleculares o normales, fundamentalmente la Mecánica de Fluidos y la Teoría Cinética, y aunque es cierto que este modo de proceder ha resultado fructífero, no está claro que sea el más adecuado y, en todo

caso, su aplicabilidad a los medios granulares está limitada al límite de pequeña elasticidad o, si se prefiere, de cuasi-elasticidad. Fuera de dicho límite serán necesarios nuevos métodos, nuevas descripciones macroscópicas y, en resumen, una nueva Física. Este es un reto para los científicos, y es seguro que en los próximos años habrán de producirse avances importantes en este campo, en los que estará presente sin duda el grupo del Prof. Brey.

Y antes de terminar quería hacer referencia a quien ha sido su compañera de pupitre, no sólo durante su licenciatura sino también durante toda su carrera científica, y quien ha facilitado la consecución de no pocos de los resultados que en este acto estamos atribuyendo al Prof. Brey, María Victoria, su esposa. Es ella esa mujer de la que siempre se dice que está detrás de un gran hombre, y que en este caso creo más bien que ha estado a su lado, acompañándole desde sus años de estudiante, durante sus estancias en el extranjero, y dándole el apoyo y el ánimo que tantas veces necesitamos para nuestra vida y trabajo dentro y fuera de la universidad. En este caso existe además una reciprocidad de funciones, pues ha sido también D. Javier Brey el hombre que siempre ha estado al lado de esa gran mujer que es María Victoria, viviendo junto a ella las vicisitudes no sólo de la vida sino de la carrera universitaria de ésta; su tesis doctoral, sus oposiciones a cátedra de Escuela Universitaria en la Facultad de Ciencias de la Educación, y sus investigaciones en un terreno tan próximo como es el de la Didáctica de las Matemáticas. También ella merece hoy nuestra felicitación.

Y termino reiterando mi felicitación y la de la Academia al Prof. Brey por su excelente Discurso, y dándole en nombre de ella nuestra bienvenida como académico numerario. La Academia también se felicita por ello con la convicción de que su incorporación a la misma ha de resultar muy fructífera y beneficiosa tanto para él mismo como para nuestra Corporación.

He dicho.